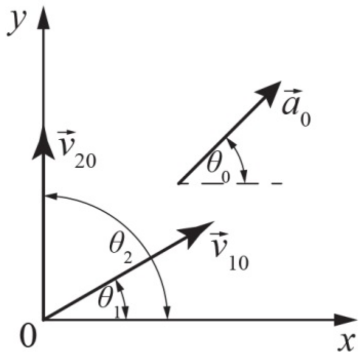
ISPIT IZ FIZIKE 1

Oktobarski ispitni rok

(Ispit traje 3 sata) ETF, Beograd, 28.09.2020.

1. [100] Dve tačke počinju da se kreću iz koordinatnog početka brzinama istog intenziteta $|\vec{v}_{10}| = |\vec{v}_{20}| = v_0$, ali različitog smera. Početna brzina prve tačke je pod uglom $\theta_1 = 30°$, a druge pod uglom $\theta_2 = 90°$ u odnosu na smer x ose. Obe tačke se kreću jednakim ubrzanjem, pri čemu je vektor ubrzanja konstantan i pod uglom $\theta_0 = 45°$ u odnosu na smer x ose. Odrediti kako se menja rastojanje između tačaka u vremenu.



Slika uz zadatak 1.

2. Motorni čamac mase m se kreće konstantnom brzinom i pravolinijski po mirnoj površi jezera. Motor deluje na čamac konstantnom silom F u smeru njegove brzine. Na čamac deluje i sila otpora sredine $\vec{F}_{otp} = -k\,m\vec{v}$ gde je k pozitivna konstanta. U jednom trenutku čamdžija, želeći da brzo zaustavi čamac, okrene motor tako da ista sila F motora deluje suprotno smeru njegove brzine. Odrediti:

(a) [10] brzinu čamca pre početka zaustavljanja,
(b) [60] brzinu čamca u funkciji vremena od početka zaustavljanja,
(c) [20] vreme zaustavljanja čamca,
(d) [10] brzinu čamca za $t \to \infty$.

----

3. [100] Neutron mase m_1 koji se kreće brzinom v_1, elastično i čeono se sudara sa nepokretnim jezgrima deuterona ${}^{1}_{2}\mathrm{H}$ mase m_2. Odrediti

(a) [80] brzinu odbijenog neutrona posle sudara,

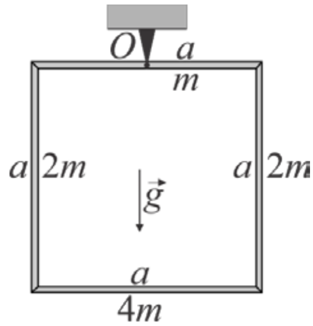
(b) [20] minimalan broj ovakvih sudara tako da se kinetička energija neutrona smanji više od 100 puta.

4. (a) [40] **(*Teorijsko pitanje.*)** Formulisati i dokazati teoremu o paralelnim osama.

(b) [40] Izvesti izraz za moment inercije homogene lopte u odnosu na osu koja prolazi *kroz centar* lopte. Poznati su masa lopte *m* i poluprečnik lopte *R*.

(c) [20] Izvesti izraz za moment inercije homogene lopte u odnosu na *tangentu* na površ lopte. Poznati su masa lopte *m* i poluprečnik lopte *R*.

5. [100] Ram oblika kvadrata tankih stranica dužine *a* i nejednake mase, *m*, 2*m* i 4*m*, okači se o nepokretnu tavanicu u središnjoj tački stranice mase *m* (tačka *O*; videti sliku). Ram može da rotira bez trenja u vertikalnoj ravni oko osovine koja prolazi kroz *O* i normalna je na stranicu kvadrata mase *m*. Izračunati period malih oscilacija kada se ram izvede iz ravnotežnog položaja. Poznat je intenzitet gravitacionog ubrzanja *g*.

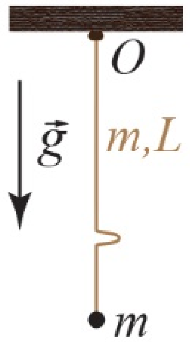


Slika uz zadatak 5.

6. (a) [40] **(*Teorijsko pitanje.*)** Izvesti izraze za faznu brzinu transverzalnog talasa koji se prostire po žici podužne mase μ zategnute silom intenziteta F.

(b) [60] Homogeno uže dužine L je obešeno o horizontalnu krutu nepokretnu tavanicu tako da visi vertikalno. Na nižem slobodnom kraju užeta pričvrsti se mala kuglica iste mase kao i uže. Na jednom kraju užeta se pobudi transverzalni talas male amplitude u vidu kratkog impulsa. Odrediti vreme potrebno da impuls stigne do drugog kraja užeta. Poznat je intenzitet gravitacionog ubrzanja g.

Napomene: Smatrati da se dužina užeta ne menja značajno sa promenom sile zatezanja (da mu je podužna masa konstantna). Širina impulsa je mnogo manja od dužine kanapa. Kuglicu posmatrati kao materijalnu tačku.



Slika uz zadatak 6.

Opšte napomene:

1) *Na vrhu naslovne strane vežbanke napisati* ***oznaku grupe*** *i* ***ime predmetnog nastavnika*** *kod koga ste zvanično raspoređeni da slušate predavanja:*

J. Cvetić (P1), V. Arsoski (P2) i M. Tadić (P3).

2) **Studenti koji su zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade ZADATKE 3-6 za vreme 3 h. Na naslovnoj strani vežbanke, u polju rednih brojeva 1 i 2, treba da upišu oznaku K1 da bi poeni ostvareni na kolokvijumu bili priznati.**

3) **Studenti koji nisu radili kolokvijum ili koji nisu zadovoljni poenima ostvarenim na kolokvijumu u tekućoj školskoj godini rade SVE ZADATKE (1-6) za vreme 3 h.**

4) *Zadatak koji nije rađen ili čije rešenje ne treba bodovati jasno označiti na koricama sveske (u odgovarajućoj rubrici) oznakom X.*

5) Na koricama vežbanke (u gornjem desnom uglu) treba napisati broj poena sa prijemnog ispita iz fizike (ako je rađen 2019. godine), u formi PR-ISP = ... poena. Ako nije rađen, napisati PR-ISP = NE. Ako znate da ste imali poene iz fizike na prijemnom, ali niste sigurni tačno koliko, napisati PR-ISP = ? Ukoliko student ne stavi nikakvu oznaku za prijemni ispit, poeni sa prijemnog ispita mu se neće uzeti u obzir.

6) *Dozvoljena je upotreba neprogramibilnih kalkulatora i grafitne olovke.*

7) **List sa tekstom zadataka poneti sa sobom, ne ostavljati list u vežbanci.**

8) Ispit se može napustiti po isteku **najmanje jednog sata** od početka ispita.

Rešenja zadataka, Fizika 1, ETF, Beograd
Oktobarski ispitni rok 2020.

1. Kako je ubrzanje obe tačke jednako i kostantno, brzine obe tačke duž x ose se menjaju na identičan način (isto važi i za promenu y komponenti brzina za obe tačke), pa relativna brzina jedne tačke u odnosu na drugu ne zavisi od ubrzanja i konstantna je (ima vrednost kao i u početnom trenutku $\vec{v}_r = \vec{v}_{20} - \vec{v}_{10} = const$). Ugao između $\vec{v}_{20}$ i $\vec{v}_{10}$ iznosi $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 60°$, a pošto su dužine vektora jednake, one zajedno sa vektorom razlike $\vec{v}_r = \vec{v}_{20} - \vec{v}_{10}$ formiraju jednakostranični trougao, pa je

$$v_r = v_0 = const = ds/dt$$

gde je s međusobno rastojanje tačaka. Odavde je

$$s = v_0 t.$$

Napomena 1: Do zaključka da je relativna brzina konstantna može se doći formalno, polazeći od jednakosti ubrzanja tačaka:

$$\vec{a}_0 = \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{d\vec{v}_2}{dt} \Longrightarrow \frac{d\vec{v}_r}{dt} = \frac{d(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{dt} = \frac{d\vec{v}_2}{dt} - \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{a}_0 - \vec{a}_0 = 0,$$

pa je

$$\vec{v}_r = const = \vec{v}_r(0) = \vec{v}_{20} - \vec{v}_{10}.$$

Napomena 2: Intenzitet vektora relativne brzine se može dobiti formalno matematički primenom kosinusne teoreme:

$$v_r^2 = v_{10}^2 + v_{20}^2 - 2v_{10}v_{20}\cos\Delta\theta = v_0^2 + v_0^2 - 2v_0^2 \underbrace{\cos 60°}_{1/2} = v_0^2.$$

Napomena 3: Zadatak se formalno može rešiti nalaženjem parametarskih jednačina za obe tačke:

$$x_1(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t + \frac{\sqrt{2}}{4}a_0 t^2,$$

$$y_1(t) = \frac{1}{2}v_0 t + \frac{\sqrt{2}}{4}a_0 t^2,$$

$$x_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}a_0 t^2,$$

$$y_2(t) = v_0 t + \frac{\sqrt{2}}{4}a_0 t^2.$$

Rastojanje između tačaka tada je:

$$s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2} = v_0 t.$$

2. a) Pre okretanja motora čamca on se kretao konstantnom (graničnom) brzinom pri čemu je sila kojom deluje motor F jednaka sili otpora

$$F = kmv_0,\ v_0 = F/(km). \tag{1}$$

b) Kada se motor okrene tako da koči kretanje čamca jednačina kretanja je

$$-F - kmv = mdv/dt,\ v(t=0) = v_0. \tag{2}$$

Rešenje diferencijalne jednačine (2) se dobija razdvajanjem promenljivih pa integracijom uz korišćenje početnih uslova

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{F/m + kv} = -\int_0^t dt\ ,\ \rightarrow\ v = v_0[2\exp(-kt) - 1]. \tag{3}$$

c) Vreme zaustavljanja čamca se dobija iz (3) za $v(\tau) = 0$, sledi $\tau = \ln 2/k$.

d) Iz (3) za $t \to \infty$ sledi $v = -v_0$. Fizički gledano to je isti rezultat kao (1) samo je brzina u suprotnom smeru jer motor prvo zaustavi čamac a onda ga gura unazad do granične brzine.

3. a) Neka se pre sudara neutron (mase m_1) kreće u pozitivnom smeru *x*-ose. Brzina neutrona pre sudara neka je v_1 dok su brzine neutrona i deuterona posle sudara v_1' i v_2', respektivno. Pretpostavimo da se neutron odbije od deuterona u suprotnom smeru od prvobitnog smera kretanja (ovo nije nužna pretpostavka, ako se pretpostavi isti smer kretanja algebarska vrednost brzine v_1' će biti negativna).
Iz zakona o održanju impulsa sledi

$$m_1 v_1 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' . \tag{1}$$

Iz zakona o održanju kinetičke energije sledi

$$m_1 v_1^2 / 2 = m_1 v_1'^2 / 2 + m_2 v_2'^2 / 2 . \tag{2}$$

Uvodeći bezdimenzionu promenljivu $\xi = m_2 / m_1 = 2$ iz (1) i (2) sledi

$$(1+\xi) v_1'^2 + 2 v_1 v_1' + (1-\xi) v_1^2 = 0 . \tag{3}$$

Iz (3) slede dva rešenja pri čemu je jedno rešenje netrivijalno

$$v_1' = \alpha v_1 ,\ \alpha = (\xi - 1)/(\xi + 1) = 1/3 . \tag{4}$$

b) Koristeći izraz (4) za n-sudara se dobija

$$E_{k1} / E_{k1}^{(n)} > 100,\ E_{k1}^{(n)} = \alpha^{(2n)} E_{k1} , \tag{5}$$

gde je $E_{k1}^{(n)}$ kinetička energija neutrona posle n-tog sudara. Iz (5) sledi

$$n > \ln 10 / \ln(1/\alpha) \cong 2.1,\ n_{\min} = 3.$$

4. Videti beleške sa predavanja 2019/20. i skripta P. Marinković, „Fizika 1“.

5. Prikazani sistem je fizičko klatno. Zadatak se može rešiti primenom formule za period oscilacija fizičkog klatna:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{m_{uk} g\, s}},$$

gde je ukupna masa klatna $m_{uk} = 9m$, centar mase se nalazi na vertikalnom rastojanju

$$s = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot \frac{a}{2} + 2m \cdot \frac{a}{2} + 4m \cdot a}{9m} = \frac{2}{3} a.$$

Moment inercije rama u odnosu na osu rotacije rama je:

$$I_O = \frac{ma^2}{12} + 2\left(\frac{2ma^2}{12} + 2m \cdot \frac{a^2}{2}\right) + \left(\frac{4ma^2}{12} + 4ma^2\right) = \frac{27}{4} ma^2.$$

Period malih oscilacija je:

$$T = \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi \sqrt{\frac{a}{g}}.$$

6. (a) Videti beleške sa predavanja 2019/20. i skripta P. Marinković, „Fizika 1“.
(b) Videti rešenje 241. zadatka iz „Fizika 1 – Zbirka ispitnih zadataka sa rešenjima“. Pošto uže ima masu, sila zatezanja u užetu zavisi od rastojanja od tačke oslonca. Za koordinatnu osu postavljenu duž pravca užeta, iz uslova ravnoteže na elementarni deo užeta mase dm koji je na rastojanju x od tačke vešanja, sledi:

$$0 = F(x + dx) + dm \cdot g - F(x). \tag{1}$$

Ovde je $dm = \mu dx$, gde je $\mu = m/L$ podužna masa, a F sila zatezanja elementarnog dela užeta, pa je:

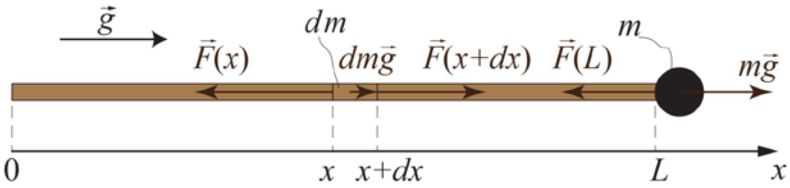
$$dF = F(x + dx) - F(x) = -\mu g dx. \tag{2}$$

Iz uslova ravnoteže na kraju za koji je pričvršćena kuglica sledi:

$$0 = -F(L) + mg, \tag{3}$$

odakle je

$$F(L) = mg. \quad (4)$$



Iz jednačine (2):

$$\int_{F(L)}^{F(x)} dF = -\mu g \int_{L}^{x} dx, \quad (5)$$

odakle se, primenom graničnog uslova (4), dobija

$$F(x) = \mu g(2L - x). \quad (6a)$$

Izraz (6a) se može dobiti jednostavnije, ako se uoči da je u posmatranoj tački x uže zategnuto težinom kuglice i težinom dela užeta (dužine $L - x$) koji „visi“ ispod posmatrane tačke:

$$F(x) = mg + \mu(L - x)g = \mu Lg + \mu(L - x)g = \mu g(2L - x). \quad (6b)$$

Ukoliko se na užetu pobudi talas, fazna brzina tog talasa (brzina prostiranja impulsa) je:

$$c = v_f = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{g}\sqrt{2L - x} = \frac{dx}{dt}. \quad (7)$$

Za impuls pobuđen u blizini oslonca 0, integracijom prethodne jednačine se dobija:

$$\int_0^L \frac{dx}{\sqrt{2L - x}} = \sqrt{g}\int_0^\tau dt, \quad (8)$$

odakle je vreme za koje impuls stigne na drugi kraj:

$$\tau = 2(\sqrt{2} - 1)\sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (9)$$

Predmetni nastavnici

J. Cvetić, M. Tadić i V. Arsoski